

# สูตรคณิตศาสตร์พื้นฐาน

## (Basic Mathematical Formula)

สุวิทย์ กิระวิทยา  
26 เมษายน 2562

### 1. ค่าคงที่และพหุนาม

#### 1.1 ค่าคงที่ (constant)

1.1.1  $\sqrt{2} = 1.414\ 214\dots$

1.1.2  $\sqrt{3} = 1.732\ 405\dots$

1.1.3  $\pi = 3.141\ 593\dots$

1.1.4  $e = 2.718\ 282\dots = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$

โดย  $e$  เป็นเลขฐานธรรมชาติ

1.1.5  $\log 2 = \log_{10} 2 = 0.301\ 030\dots$

1.1.6  $\log 3 = 0.477\ 121\dots$

1.1.7  $\log_{10} e = 0.434\ 294\dots$

1.1.8  $\ln 10 = \log_e 10 = 2.302\ 585\dots$

1.1.9  $\ln 2 = \log_e 2 = 0.693\ 147\dots$

1.1.10  $\ln 3 = \log_e 3 = 1.098\ 612\dots$

1.1.11  $\gamma = 0.577\ 216\dots = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} - \ln n\right)$

โดย  $\gamma$  คือค่าคงที่ฮอยเลอร์ (Euler's constant)

$$1.1.12 \quad \phi = 1.618\ 034\dots = \frac{1}{2}(\sqrt{5} + 1)$$

โดย  $\phi$  คือสัดส่วนทอง (golden ratio)

$$1.1.13 \quad 1^\circ = \pi/180 \text{ rad} = 0.017\ 453\dots \text{ rad}$$

โดย  $^\circ$  อ่านว่า องศา (degree) และ rad อ่านว่า เรเดียน (radian)

$$1.1.14 \quad \pi^2 = 9.869\ 604\dots \approx 10$$

$$1.1.15 \quad 1/e = e^{-1} = 0.367\ 879\dots$$

ทุกจำนวนที่แสดงในหน้านี้เป็นจำนวนอตรรกยะ (irrational number)

## 1.2 การแยกตัวประกอบ (factorization)

$$1.2.1 \quad (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$1.2.2 \quad (x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$1.2.3 \quad (x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$1.2.4 \quad (x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

$$1.2.5 \quad (x + y)^4 = x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$$

$$1.2.6 \quad (x - y)^4 = x^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 - 4xy^3 + y^4$$

$$1.2.7 \quad (x + y)^5 = x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5$$

$$1.2.8 \quad (x - y)^5 = x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5$$

$$1.2.9 \quad x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

$$1.2.10 \quad x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$1.2.11 \quad x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$1.2.12 \quad x^4 - y^4 = (x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$$

$$1.2.13 \quad x^5 + y^5 = (x + y)(x^4 - x^3y + x^2y^2 - xy^3 + y^4)$$

$$1.2.14 \quad x^5 - y^5 = (x - y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4)$$

$$1.2.15 \quad x^6 + y^6 = (x^2 + y^2)(x^4 - x^2y^2 + y^4)$$

$$1.2.16 \quad x^6 - y^6 = (x - y)(x + y)(x^2 - xy + y^2)(x^2 + xy + y^2)$$

$$1.2.17 \quad x^7 + y^7 = (x + y)(x^6 - x^5y + x^4y^2 - x^3y^3 + x^2y^4 - xy^5 + y^6)$$

$$1.2.18 \quad x^7 - y^7 = (x - y)(x^6 + x^5y + x^4y^2 + x^3y^3 + x^2y^4 + xy^5 + y^6)$$

$$1.2.19 \quad x^n + y^n = (x + y)(x^{n-1} - x^{n-2}y + \dots - xy^{n-2} + y^{n-1})$$

เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนคี่

$$1.2.20 \quad x^n - y^n = (x - y)(x^{n-1} + x^{n-2}y + \dots + xy^{n-2} + y^{n-1})$$

เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนคี่

### 1.3 สัมประสิทธิ์ทวินาม (binomial coefficient)

แฟกทอเรียล (factorial)

$$1.3.1 \quad n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$$

โดยกำหนดให้  $0! = 1$

$$1! = 1$$

$$2! = 2 \cdot 1 = 2$$

$$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 3 \cdot 2! = 6$$

$$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4 \cdot 3! = 24$$

$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5 \cdot 4! = 120$$

$$6! = 6 \cdot 5! = 720$$

$$7! = 7 \cdot 6! = 5040$$

### สูตรทวินาม (binomial formula)

1.3.2

$$(x + y)^n = x^n + n \cdot x^{n-1}y + \frac{n(n-1)}{2!}x^{n-2}y^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^{n-3}y^3 + \dots + y^n$$

หรือ

1.3.3

$$(x + y)^n = \binom{n}{0}x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + \binom{n}{3}x^{n-3}y^3 + \dots + \binom{n}{n}y^n$$

โดยสัมประสิทธิ์ทวินาม (binomial coefficient) คือ

$$1.3.4 \quad \binom{n}{k} = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{(n-k)!k!} = \binom{n}{n-k}$$

โดย  $k = 0, 1, \dots, n$

$$\text{เช่น} \quad \binom{n}{0} = \frac{n!}{n!0!} = 1, \quad \binom{n}{1} = \frac{n!}{(n-1)!1!} = n, \quad \binom{n}{2} = \frac{n!}{(n-2)!2!} = \frac{n \cdot (n-1)}{2!}$$

$$\text{และ} \quad \binom{n}{3} = \frac{n!}{(n-3)!3!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}{3!}$$

ตัวอย่างเช่น เรากะกระจาย  $(a - 2b)^4$  ได้ โดยให้  $x = a$ ,  $y = -2b$  และ  $n = 4$

จะได้ว่า

$$\binom{4}{0} = 1 \quad \binom{4}{1} = 4 \quad \binom{4}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2!} = 6 \quad \binom{4}{3} = \binom{4}{1} = 4 \quad \text{และ} \quad \binom{4}{4} = 1$$

และจะได้ว่า

$$\begin{aligned} (a - 2b)^4 &= a^4 + 4a^3(-2b) + 6a^2(-2b)^2 + 4a(-2b)^3 + (-2b)^4 \\ &= a^4 - 8a^3b + 24a^2b^2 - 32ab^3 + 16b^4 \end{aligned}$$

คุณสมบัติของสัมประสิทธิ์ทวินาม

$$1.3.5 \quad \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$$

$$1.3.6 \quad \binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} - \dots + (-1)^n \binom{n}{n} = 0 \quad (n > 0)$$

$$1.3.7 \quad \binom{n}{0} + \binom{n}{2} + \binom{n}{4} + \dots = 2^{n-1}$$

$$1.3.8 \quad \binom{n}{1} + \binom{n}{3} + \binom{n}{5} + \dots = 2^{n-1}$$

$$1.3.9 \quad \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$$

$$1.3.10 \quad \binom{n}{n} + \binom{n+1}{n} + \binom{n+2}{n} + \cdots + \binom{n+m}{n} = \binom{n+m+1}{n+1}$$

$$1.3.11 \quad \binom{n}{0} + \binom{n+1}{1} + \cdots + \binom{n+k}{k} = \binom{n+k+1}{k}$$

$$1.3.12 \quad \binom{n}{0}^2 + \binom{n}{1}^2 + \binom{n}{2}^2 + \cdots + \binom{n}{n}^2 = \binom{2n}{n}$$

$$1.3.13 \quad \binom{m}{0} \binom{n}{k} + \binom{m}{1} \binom{n}{k-1} + \cdots + \binom{m}{k} \binom{n}{0} = \binom{n+m}{k}$$

## 1.4 รากของสมการ (root of algebraic equations)

สมการกำลังสอง (quadratic equation):  $ax^2 + bx + c = 0$  โดยที่  $a \neq 0$

มีผลเฉลย (ราก) คือ

$$1.4.1 \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

ผลเฉลยแบ่งได้ 3 กรณี ขึ้นกับ  $b^2 - 4ac$  ที่เรียกว่าค่าดิสคริมิแนนต์ (discriminant) คือ

กรณี (1)  $b^2 - 4ac > 0$  จะได้ว่า ผลเฉลยเป็นจำนวนจริง 2 ค่าที่มีค่าไม่เท่ากัน

กรณี (2)  $b^2 - 4ac = 0$  จะได้ว่า ผลเฉลยเป็นจำนวนจริง 2 ค่าที่มีค่าเท่ากัน

กรณี (3)  $b^2 - 4ac < 0$  จะได้ว่า ผลเฉลยเป็นจำนวนเชิงซ้อน 2 ค่า ที่เป็นค่าสังยุคเชิงซ้อน (complex conjugate)

หากให้  $x_1$  และ  $x_2$  คือผลเฉลยของสมการกำลังสอง  $x_1$  และ  $x_2$  จะมีคุณสมบัติคือ

$$1.4.2 \quad x_1 + x_2 = -b/a \quad \text{และ} \quad x_1 x_2 = c/a$$

สมการกำลังสาม (cubic equation):  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  โดยที่  $a \neq 0$

กำหนดให้

$$\Delta_0 = b^2 - 3ac, \quad \Delta_1 = 2b^3 - 9abc + 27a^2d$$

และ

$$C = \sqrt[3]{\frac{\Delta_1 + \sqrt{\Delta_1^2 - 4\Delta_0^3}}{2}}$$

ผลเฉลยของสมการกำลังสามคือ

$$1.4.3 \quad x_k = \frac{1}{3a} \left( b + u_k C + \frac{\Delta_0}{u_k C} \right)$$

โดยที่

$$u_1 = 1, \quad u_2 = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2} \quad \text{และ} \quad u_3 = \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2}$$

ค่าดิสคริมีแนนต์  $\Delta$  หาได้จาก

$$1.4.4 \quad \Delta = \frac{4\Delta_0^3 - \Delta_1^2}{27a^2} = 18abcd - 4b^3d + b^2c^2 - 4ac^3 - 27a^2d^2$$

ผลเฉลยแบ่งได้ 3 กรณี ขึ้นกับค่าดิสคริมีแนนต์ คือ

กรณี (1)  $\Delta > 0$  จะได้ว่า ผลเฉลยเป็นจำนวนจริง 3 ค่าที่มีค่าไม่เท่ากัน

กรณี (2)  $\Delta = 0$  จะได้ว่า ผลเฉลยเป็นจำนวนจริง 3 ค่า ที่มีอย่างน้อยสองค่ามีค่าเท่ากัน

กรณี (3)  $\Delta < 0$  จะได้ว่า ผลเฉลยเป็นจำนวนจริง 1 ค่าและจำนวนเชิงซ้อน 2 ค่าที่เป็นค่าสังยุคเชิงซ้อน

ผลเฉลยของสมการกำลังสามมีคุณสมบัติคือ

$$1.4.5 \quad x_1 + x_2 + x_3 = -b/a \quad x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = c/a$$

$$\text{และ} \quad x_1x_2x_3 = -d/a$$

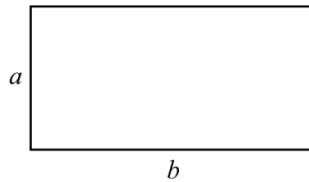
## 2. เรขาคณิตสองมิติ

### 2.1 สูตรที่เกี่ยวข้องกับรูปทรงสองมิติ (geometric formula)

สี่เหลี่ยมผืนผ้า (rectangle) มีความกว้าง  $a$  และความยาว  $b$

2.1.1 เส้นรอบรูป (perimeter,  $I$ )  $L = 2a + 2b$

2.1.2 พื้นที่ (area,  $A$ )  $A = ab$

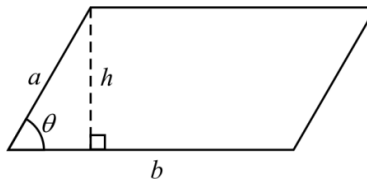


รูปที่ 2.1 สี่เหลี่ยมผืนผ้า

สี่เหลี่ยมด้านขนาน (parallelogram) มีความสูง  $h$  และฐานยาว  $b$

2.1.3 เส้นรอบรูป  $I = 2a + 2b$

2.1.4 พื้นที่  $A = bh = ab \sin \theta$



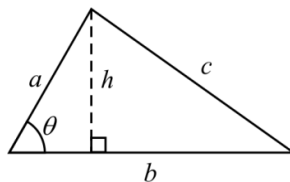
รูปที่ 2.2 สี่เหลี่ยมด้านขนาน

สามเหลี่ยม (triangle) มีความสูง  $h$  และฐานยาว  $b$

2.1.5 เส้นรอบรูป  $I = a + b + c$

2.1.6 พื้นที่  $A = \frac{1}{2}bh = \frac{1}{2}ab \sin \theta$   
 $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

โดยที่  $s = \frac{1}{2}(a + b + c) = \frac{1}{2}L$



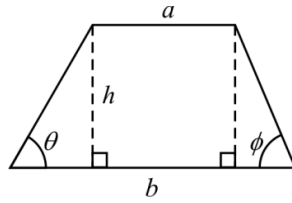
รูปที่ 2.3 สามเหลี่ยม

สี่เหลี่ยมคางหมู (trapezoid) มีความสูง  $h$  และด้านที่ขนานกันยาว  $a$  และ  $b$

$$2.1.7 \quad \text{เส้นรอบรูป } T, \quad = a + b + h \left( \frac{1}{\sin \theta} + \frac{1}{\sin \phi} \right)$$

$$= a + b + h(\csc \theta + \csc \phi)$$

$$2.1.8 \quad \text{พื้นที่ } A = \frac{1}{2}h(a + b)$$

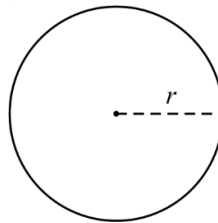


รูปที่ 2.4 สี่เหลี่ยมคางหมู

วงกลม (circle) มีรัศมี  $r$  หรือเส้นผ่านศูนย์กลาง  $d$

$$2.1.9 \quad \text{เส้นรอบวง (circumference, } T) \quad L = 2\pi r = \pi d$$

$$2.1.10 \quad \text{พื้นที่ } A = \pi r^2 = \pi d^2/4$$

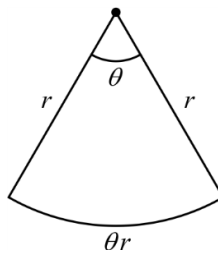


รูปที่ 2.5 วงกลม

สามเหลี่ยมฐานโค้ง (sector of circle) รัศมี  $r$  มุมรองรับฐาน  $\theta$

$$2.1.11 \quad \text{เส้นรอบรูป } T, \quad = 2r + r\theta$$

$$2.1.12 \quad \text{พื้นที่ } A = \frac{1}{2}\theta r^2 \quad (\theta \text{ ในหน่วยเรเดียน})$$

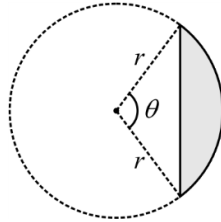


รูปที่ 2.6 สามเหลี่ยมฐานโค้ง

ส่วนของวงกลม (segment of circle) รัศมี  $r$

2.1.13 เส้นรอบรูป  $L = 2r \sin(\theta/2) + r\theta$

2.1.14 พื้นที่  $A = \frac{1}{2}r^2(\theta - \sin \theta)$

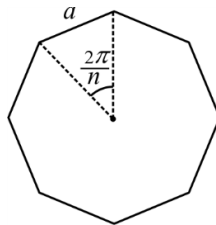


รูปที่ 2.7 ส่วนของวงกลม

รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่า (regular polygon) มี  $n$  ด้านและความยาวแต่ละด้าน  $a$

2.1.15 เส้นรอบรูป  $L = na$

2.1.16 พื้นที่  $A = \frac{1}{4}n a^2 \cot \frac{\pi}{n}$   $n > 3$



รูปที่ 2.8 รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่า

วงรี (ellipse)

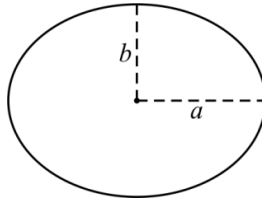
ที่มีความยาวครึ่งแกนเอก (major axis)  $a$  และความยาวครึ่งแกนโท (minor axis)  $b$

2.1.15 เส้นรอบรูป (โดยประมาณ)  $L \approx \pi(a+b) \left( 1 + \frac{3h}{10 + \sqrt{4-3h}} \right)$

โดยที่  $h = (a-b)^2 / (a+b)^2$

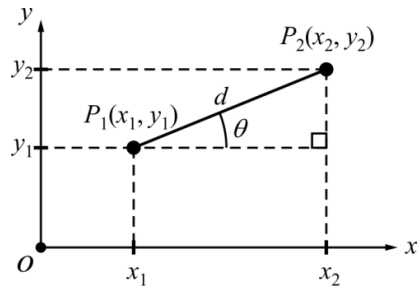
2.1.16 พื้นที่  $A = \pi ab$

2.1.17 ความเยื้องศูนย์กลาง (eccentricity)  $e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}$



รูปที่ 2.9 วงรี

## 2.2 ระบบพิกัดฉาก (Cartesian coordinate)



รูปที่ 2.10 จุดสองจุดในระบบพิกัดฉากสองมิติ

ระยะห่างระหว่างจุด  $P_1(x_1, y_1)$  และ  $P_2(x_2, y_2)$

$$2.2.1 \quad d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

ความชันของเส้นที่เชื่อมต่อกับจุด  $P_1(x_1, y_1)$  และ  $P_2(x_2, y_2)$

$$2.2.2 \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \tan \theta$$

สมการเส้นตรงของเส้นที่เชื่อมต่อกับจุด  $P_1(x_1, y_1)$  และ  $P_2(x_2, y_2)$

$$2.2.3 \quad y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) = m(x - x_1)$$

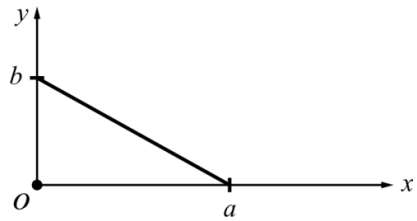
หรือ

$$2.2.4 \quad y = m(x - x_1) + y_1 = mx + c$$

โดยที่  $c = y_1 - mx_1 = \frac{x_2y_1 - x_1y_2}{x_2 - x_1}$  คือระยะตัดแกน  $y$  (y-intercept)

สมการเส้นตรงที่แสดงในรูปแบบของระยะตัดแกน  $a$  และ  $b$

$$2.2.5 \quad \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \quad (\text{โดยที่ } a \neq 0 \text{ และ } b \neq 0)$$



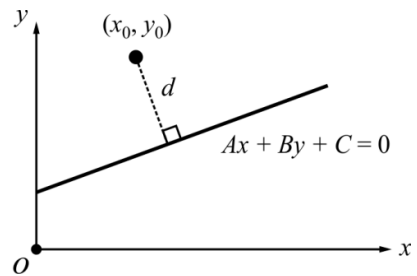
รูปที่ 2.11 เส้นตรงในระบบพิกัดฉากสองมิติ

สมการเส้นตรงในรูปแบบทั่วไป

$$2.2.6 \quad Ax + By + C = 0$$

ระยะห่างระหว่างจุด  $(x_0, y_0)$  และเส้นตรง  $Ax + By + C = 0$

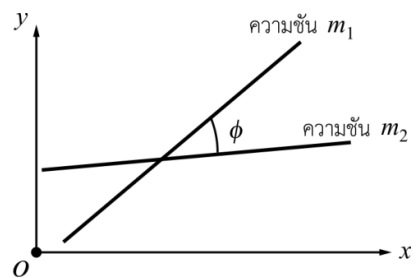
$$2.2.7 \quad d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$$



รูปที่ 2.12 ระยะห่างระหว่างจุดกับเส้นตรง

มุมระหว่างเส้นตรงสองเส้นที่มีความชัน  $m_1$  และ  $m_2$

$$2.2.7 \quad \tan \phi = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}$$



รูปที่ 2.13 มุมระหว่างเส้นตรงสองเส้น

เส้นตรงสองเส้นที่มีความชัน  $m_1$  และ  $m_2$  จะขนานกัน (parallel) ก็ต่อเมื่อ

$$2.2.8 \quad m_1 = m_2$$

เส้นตรงสองเส้นที่มีความชัน  $m_1$  และ  $m_2$  จะตั้งฉากกัน (perpendicular) ก็ต่อเมื่อ

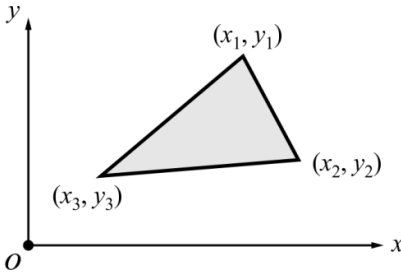
$$2.2.9 \quad m_1 m_2 = -1$$

พื้นที่สามเหลี่ยม  $A$  ที่มีจุดยอดอยู่ที่  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  และ  $(x_3, y_3)$

$$2.2.10 \quad A = \pm \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \pm \frac{1}{2} (x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_1 - x_2 y_1 - x_3 y_2 - x_1 y_3)$$

โดย  $|\cdot|$  คือค่าดีเทอร์มิแนนต์ (determinant) และเลือกเครื่องหมายบวกลบเพื่อให้ได้ค่าพื้นที่ที่เป็นบวกเสมอ

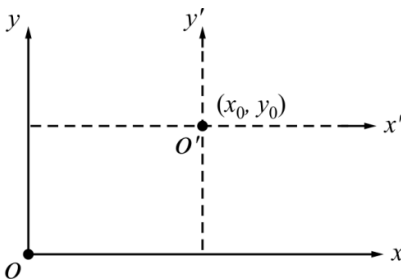


รูปที่ 2.14 สามเหลี่ยมที่มีจุดยอดอยู่ที่  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  และ  $(x_3, y_3)$

การเลื่อนแกน (pure translation of coordinate)

$$2.2.11 \quad \begin{cases} x' = x - x_0 \\ y' = y - y_0 \end{cases}$$

โดย  $(x_0, y_0)$  คือจุดกำเนิด (origin) ของแกนใหม่  $(x', y')$  ที่เลื่อนไปจากแกน  $xy$  เดิม

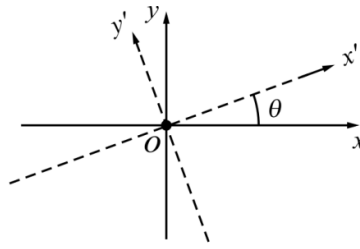


รูปที่ 2.15 การเลื่อนแกน

การหมุนแกน (pure rotation of coordinate)

$$2.2.12 \quad \begin{cases} x' = x \cos \theta + y \sin \theta \\ y' = x \sin \theta - y \cos \theta \end{cases}$$

โดย  $\theta$  คือมุมที่หมุนไปจากแกน  $xy$  เดิม



รูปที่ 2.16 การหมุนแกน

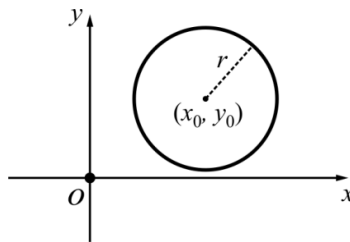
สมการวงกลมรัศมี  $R$  จุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(x_0, y_0)$

$$2.2.13 \quad (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$$

หรือ

$$2.2.14 \quad x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$$

โดยที่  $x_0 = -A/2$ ,  $y_0 = -B/2$  และ  $R^2 = (A/2)^2 + (B/2)^2 - C > 0$



รูปที่ 2.17 วงกลม

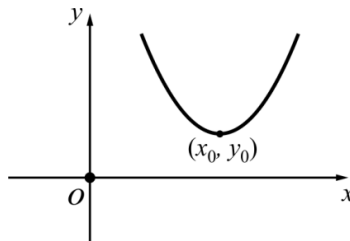
พาราโบลา (parabola) มีจุดยอดอยู่ที่  $(x_0, y_0)$

$$2.2.15 \quad y - y_0 = A(x - x_0)^2 \quad (A \neq 0)$$

หรือ

$$2.2.16 \quad y = Ax^2 + Bx + C \quad (A \neq 0)$$

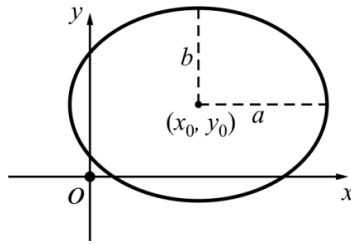
โดยที่  $|A/4|$  คือระยะห่างจากจุดยอดถึงจุดโฟกัส (focus)  $x_0 = -B/(2A)$ ,  $y_0 = (4AC - B^2)/(4A)$  และเครื่องหมายของ  $A$  กำหนดลักษณะพาราโบลา หาก  $A > 0$  จะเป็นพาราโบลาหงาย



รูปที่ 2.18 พาราโบลาหงาย

วงรีมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(x_0, y_0)$  มีความยาวครึ่งแกนเท่ากับ  $a$  และ  $b$

$$2.2.17 \quad \frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$$



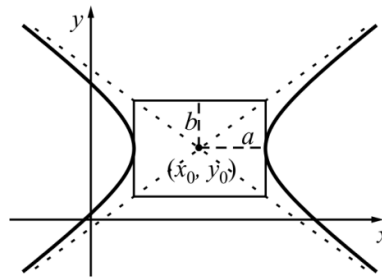
รูปที่ 2.19 วงรี

ไฮเพอร์โบลา (hyperbola) มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(x_0, y_0)$  มีความยาวครึ่งแกนเท่ากับ  $a$  และ  $b$

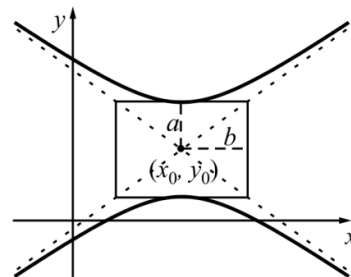
$$2.2.18 \quad \frac{(x - x_0)^2}{a^2} - \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$$

หรือ

$$2.2.19 \quad \frac{(y - y_0)^2}{a^2} - \frac{(x - x_0)^2}{b^2} = 1$$



(ก)



(ข)

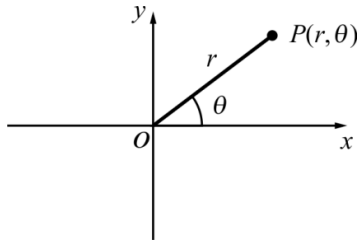
รูปที่ 2.20 ไฮเพอร์โบลา (ก) แกนหลักตามนอน และ (ข) แกนหลักตามตั้ง

## 2.3 ระบบพิกัดเชิงขั้ว (polar coordinate)

การแปลงระหว่างระบบพิกัดฉากและระบบพิกัดเชิงขั้ว

$$2.3.1 \quad \begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \theta = \arctan(y/x) \end{cases}$$

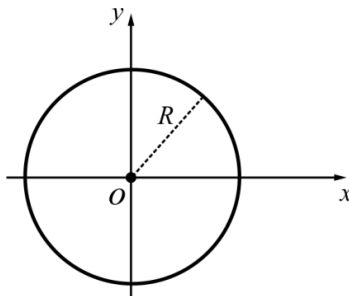
$$2.3.2 \quad \begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases}$$



รูปที่ 2.21 ระบบพิกัดฉากและระบบพิกัดเชิงขั้ว

สมการวงกลมรัศมี  $R$  จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด

$$2.3.3 \quad r = R$$



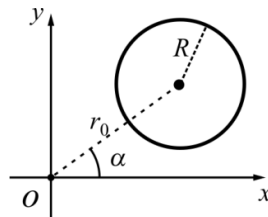
รูปที่ 2.22 วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด

สมการวงกลมรัศมี  $R$  จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(r_0, \alpha)$

$$2.3.4 \quad r^2 - 2rr_0 \cos(\theta - \alpha) + r_0^2 = R^2$$

หรือ

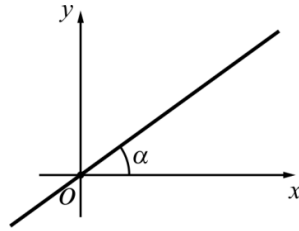
$$2.3.5 \quad r = r_0 \cos(\theta - \alpha) + \sqrt{R^2 - r_0^2 \sin^2(\theta - \alpha)}$$



รูปที่ 2.23 วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(r_0, \alpha)$

สมการเส้นตรงที่ผ่านจุดกำเนิด

$$2.3.6 \quad \theta = \alpha$$



รูปที่ 2.24 เส้นตรงที่ผ่านจุดกำเนิด

ภาคตัดกรวย (conic section)

$$2.3.7 \quad r = \frac{l}{1 - e \cos \theta}$$

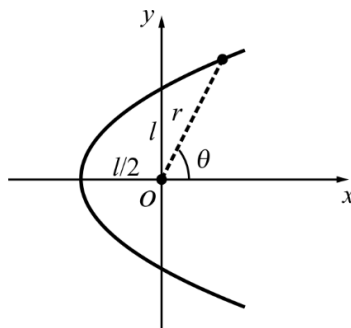
โดย  $e$  คือความเยื้องศูนย์กลาง (ดู (2.1.17))

สมการวงกลมจะมี  $e = 0$

สมการวงรีจะมี  $0 < e < 1$

สมการพาราโบลาจะมี  $e = 1$

สมการไฮเพอร์โบลาจะมี  $e > 1$



รูปที่ 2.25 พาราโบลาตะแคงขวา

ดูเหมือนว่า เนื้อหาตามหัวข้อของเอกสารนี้ จะไม่มีที่สิ้นสุด แต่ผู้เขียนขอสิ้นสุดการบันทึกนี้ ไว้ ณ ที่นี้

*End*